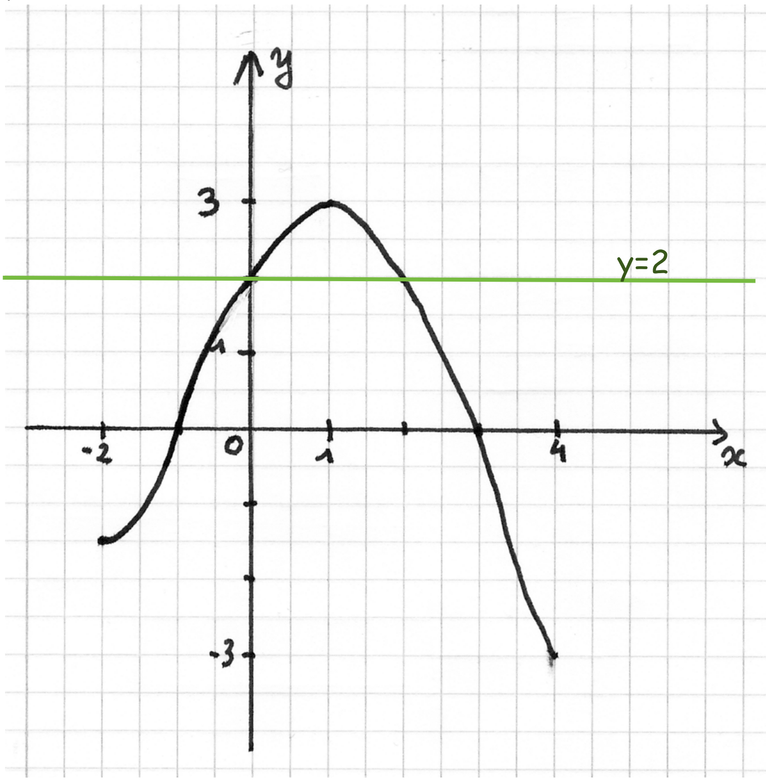
Devoir n°3 - Sujet A

Exercice 1 (12 points)



On donne ci-dessus la représentation graphique d'une fonction f.

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?

2) Quelles sont les images par f des nombres – 1 et 1 ?

3) Déterminer graphiquement les antécédents de -3 par f.

4) Tracer la droite d'équation y = 2.

5) Résoudre l'équation f(x) = 2.

6) Résoudre l'inéquations $f(x) \leqslant 2$.

7) Dresser le tableau de variations de f.

8) Dresser le tableau de signes de f(x).

Exercice 2 (8 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=(x+4)(x-1)+(x-1)^2$.

1°) Développer puis réduire f(x).

2°) Calculer l'image de 3 puis l'image de -2 par f.

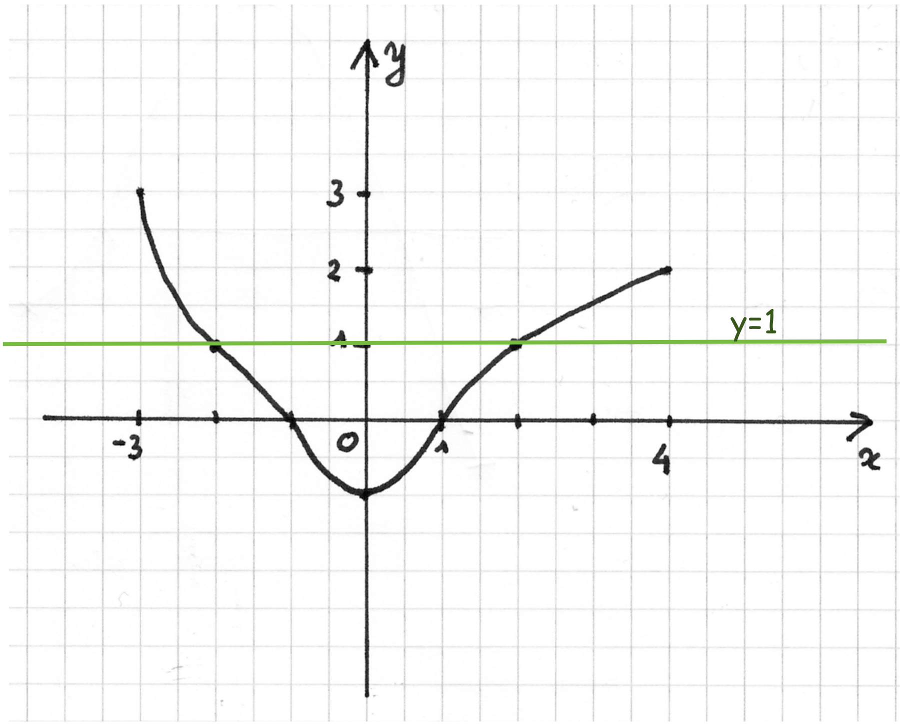
3°) Déterminer les antécédents de -3.

4°) Factoriser f(x).

5°) Résoudre l'équation f(x)=0.

Devoir n°3 - Sujet B

Exercice 1 (12 points)



On donne ci-dessus la représentation graphique d'une fonction f.

Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

1) Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?

2) Quelles sont les images par f des nombres – 3 et 1 ?

3) Déterminer graphiquement les antécédents de 3 par f.

4) Tracer la droite d'équation y = 1.

5) Résoudre l'équation f(x) = 1.

6) Résoudre l'inéquations $f(x) \geqslant 1$.

7) Dresser le tableau de variations de f.

8) Dresser le tableau de signes de f(x).

Exercice 2 (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(x+2)(x+1)+(x+1)^2$.

1°) Développer puis réduire f(x).

2°) Calculer l'image de 3 puis l'image de -3 par f.

3°) Déterminer les antécédents de 3.

4°) Factoriser f(x).

5°) Résoudre l'équation f(x)=0.

Corrigé : Sujet A

Exercice 1 :

1°) L'ensemble de définition de f est $D_f = [-2 ; 4]$ (1pt)

2°) $f(-1) = 0$; $f(1) = 3$ (1pt)

3°) Les antécédents de -3 par f sont : 4. (1pt)

4°) voir sujet (1pt)

5°) $f(x) = 2 \Leftrightarrow \boxed{x = 0 \text{ ou } x = 2}$ (2pts)

6°) $f(x) \leq 2 \Leftrightarrow \boxed{x \in [-2 ; 0] \cup [2 ; 4]}$ (2pts)

7°) Tableau des variations de f.

x	-2		1		4
$f(x)$	$-1{,}5$	↗	3	↘	-3

(2pts)

8°) Tableau de signes de f

x	-2		-1		3		4
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(2pts)

Exercice 2 :

1°) $f(x) = (x+4)(x-1) + (x-1)^2$

$= x^2 - x + 4x - 4 + x^2 - 2x + 1$

$\boxed{f(x) = 2x^2 + x - 3}$ (2pts)

2°) $f(3) = 7 \times 2 + 2^2 = 14 + 4 = 18$

$f(-2) = 2 \times (-3) + (-3)^2 = -6 + 9 = 3$ (1pt)

3°) Les antécédents de -3 vérifient :

$$f(x) = -3$$

$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = -3$

L'équation est de degré 2, on met tous les termes au 1er membre

$\Leftrightarrow 2x^2 + x = 0$

On factorise le 1er membre

$\Leftrightarrow x(2x+1) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $2x = -1$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = -\frac{1}{2}$

<u>conclusion</u> : -3 a deux antécédents : 0 et $-\frac{1}{2}$ 2pts

4°) $f(x) = (x+4)(x-1) + (x-1)^2$

$(x-1)$ est facteur commun

$f(x) = (x-1)\left[(x+4) + (x-1)\right]$

$\boxed{f(x) = (x-1)(2x+3)}$ 2pts

5°) $f(x) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(2x+3) = 0$

$\Leftrightarrow x - 1 = 0$ ou $2x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ ou $2x = -3$

$\Leftrightarrow \boxed{x = 1 \text{ ou } x = -\frac{3}{2}}$ 1pt

Corrigé : Sujet B

Exercice 1 : 1°) L'ensemble de définition de f est $[-3\,;4]$ 1pt

2°) $f(-3) = 3$ et $f(1) = 0$ 1pt

3°) 3 a un seul antécédent par f qui est -3 car $f(-3) = 3$ 1pt

4°) voir figure. 1pt

5°) $f(x) = 1$ pour $\boxed{x = -2 \text{ ou } x = 2}$ 2pts

6°) $f(x) \geqslant 1$ pour $\boxed{x \in [-3\,;-2] \cup [2\,;4]}$ 2pts

7°) Tableau des variations de f

x	-3		0		4
$f(x)$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2

2pts

8°) Tableau de signes de $f(x)$

x	-3		-1		1		4
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

2pts

Exercice 2 1°) $f(x) = (x+2)(x+1) + (x+1)^2$

$= x^2 + x + 2x + 2 + x^2 + 2x + 1$

$\boxed{f(x) = 2x^2 + 5x + 3}$ 2pts

2°) $f(3) = (5)\times(4) + 4^2 = 20 + 16 = 36$

$f(-3) = (-1)\times(-2) + (-2)^2 = 2 + 4 = 6$

1pt

3°) Les antécédents de 3 sont les nombres x tels que :

$$f(x) = 3$$

$\Leftrightarrow \quad 2x^2 + 5x + 3 = 3$ — L'équation est de degré 2, on met tous les termes au premier membre

$\Leftrightarrow \quad 2x^2 + 5x = 0$ — On factorise le 1ier membre

$\Leftrightarrow \quad x(2x+5) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 0 \text{ ou } 2x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 0 \text{ ou } 2x = -5$

$\Leftrightarrow \quad x = 0 \text{ ou } x = -\frac{5}{2}$

2pts

Conclusion : 3 a deux antécédents : 0 et $-\frac{5}{2}$

4°) $f(x) = (x+2)(x+1) + (x+1)^2$

$f(x) = (x+1)\left[(x+2) + (x+1)\right]$

$$\boxed{f(x) = (x+1)(2x+3)}$$

2pts

5°) $f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \quad (x+1)(2x+3) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x + 1 = 0 \text{ ou } 2x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = -1 \text{ ou } 2x = -3$

$\Leftrightarrow \quad \boxed{x = -1 \text{ ou } x = -\frac{3}{2}}$

1pt